Microéconomie I
Interro n°2 - Correction

Exercice

NB : **Toutes vos réponses doivent être justifiées, de préférence avec de courtes phrases. Toute réponse incorrectement justifiée vaut zéro**

1. Imaginons que vous allouez 100 euros pour organiser une fête. Une bouteille de bière coûte 4 euros (bien 1), un sac de chips coûte 5 euros (bien 2). Les quantités des biens 1 et 2 sont notées x_1 et x_2. Les participants à cette fête ont des préférences représentées par la fonction d'utilité : $u(x_1, x_2) = x_1 x_2^2$.

   (a) (1 pt) Expliquez brièvement, et sans faire de calcul, pourquoi le panier optimal pour cette fête est un panier diversifié.

   La fonction d'utilité proposée est de type Cobb-Douglas. Ses courbes d'indifférence ne coupent jamais les axes. Il en résulte donc que le panier optimal pour des préférences Cobb Douglas est une solution intérieure, donc le panier optimal est nécessairement un panier diversifié
   Note : Je lis dans vos réponses que la fonction u représente des préférences pour des biens imparfaitement substituables. Cette justification est insuffisante, dans la mesure où une fonction d'utilité quasi-linéaire représente aussi des préférences pour des biens imparfaitement substituables ; pourtant, la courbe d'indifférence d'une telle fonction d'utilité coupe les deux axes, ce qui ouvre la possibibilté à des paniers optimaux extrêmes.

   (b) (1 pt) Montrer que $\text{TMS}_{2,1}(x_1, x_2) = \frac{u_{m,1}(x_1,x_2)}{u_{m,2}(x_1,x_2)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x_2}{x_1}$

   $$\text{TMS}_{2,1}(x_1, x_2) = \frac{u_{m,1}(x_1, x_2)}{u_{m,2}(x_1, x_2)} = \frac{x_2^2}{2x_1x_2} = \frac{x_2}{2x_1}$$

   (c) (3 pt) Montrez que le panier optimal est $(x_1^*, x_2^*) = (\frac{25}{3}, \frac{40}{3})$

   Il s'agit de résoudre le système d'équations à deux inconnues suivant :

   $$\begin{cases} \frac{x_2}{2x_1} & = \frac{p_1}{p_2} \\ x_2 & = \frac{R}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 \end{cases} \iff \begin{cases} x_2 & = 2\frac{p_1}{p_2}x_1 \\ x_2 & = \frac{R}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 \end{cases}$$

   Il vient donc que : $2\frac{p_1}{p_2}x_1 = \frac{R}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 \iff 3\frac{p_1}{p_2}x_1 = \frac{R}{p_2}$, soit $x_1^* = \frac{R}{3p_1}$
   Il s'en suit que $x_2^* = \frac{2R}{3p_1}$
   Pour $R = 100, p_1 = 4, p_2 = 5$, on trouve $x_1^* = \frac{25}{3}$; $x_2^* = \frac{40}{3}$
   Note : Certains étudiants ont utilisé un résultat (trouvé sur Internet) sur les fonctions Cobb Douglas pour trouver le panier optimal. Ce résultat est très facile à établir, et vous devriez l'établir pour l'utiliser.

   (d) (1 pt) Montrer que l'utilité atteinte par un consommateur pour ce panier optimal vaut $\frac{40000}{27}$

   $u(x_1^*, x_2^*) = x_1^* \times (x_2^*)^2 = \frac{25}{3} \times (\frac{40}{3})^2 = \frac{40000}{27}$

2. Considérons une autre fonction d'utilité $v(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^4$. Le revenu et les prix des biens restent inchangés.

   (a) (2.5 pt) Montrer que pour la fonction d'utilité v, on a aussi :
   $\text{TMS}_{2,1}(x_1, x_2) = \frac{v_{m,1}(x_1,x_2)}{v_{m,2}(x_1,x_2)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x_2}{x_1}$.
   Que peut-on alors dire du panier optimal obtenu avec la fonction v ?
   Enoncer alors la proprieté qui permet de dire que ce résultat n'est pas surprenant.

   $$\text{TMS}_{2,1}(x_1, x_2) = \frac{v_{m,1}(x_1, x_2)}{v_{m,2}(x_1, x_2)} = \frac{2x_1 x_2^4}{4x_1^2 x_2^3} = \frac{x_2}{2x_1}$$

   Le TMS obtenu avec v est le même que celui obtenu avec u. Le revenu et les prix des biens étant inchangés, le panier optimal est le même : $x_1^* = \frac{25}{3}$; $x_2^* = \frac{40}{3}$.
   En réalité, v est une transformation monotone croissante de u :
   $\forall\ (x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2, v = u^2$, et la fonction $x \mapsto x^2$ est croissante.
   Proprieté : Toute transformation monotone croissante d'une fonction d'utilité représente les mêmes préférences que la fonction d'utilité initiale. De plus, le TMS reste invariant aux fonctions d'utilité représentant les mêmes préférences (en d'autres termes, deux fonctions d'utilité représentant les mêmes préférences ont le même TMS).

   (b) (1 pt) Montrer que l'utilité atteinte au panier optimal vaut ici 2194787

   $v(x_1^*, x_2^*) = (x_1^*)^2 \times (x_2^*)^4 = (\frac{25}{3})^2 \times (\frac{40}{3})^4 = 2194787$

   (c) (0.5 pt) Expliquez brièvement en quoi ces résultats justifient le choix de l'approche de l'utilité ordinale en analyse microéconomique

   On vient de voir 2 fonctions d'utilité u et v qui représentent les mêmes préférences (et donc conduisent à la même demande marshallienne). Pourtant, la valeur de l'utilité retirée de la consommation du panier optimal est differente pour les deux fonctions.
   Le niveau de l'utilité n'a donc aucune signification : ce qui compte, c'est la capacité de la fonction d'utilité à classer les paniers de biens ; d'où l'approche de l'utilité ordinale.